

SVEUČILIŠTE U SPLITU  
FILOZOFSKI FAKULTET  
ODSJEK ZA UČITELJSKI STUDIJ  
dr. sc. Irena Mišurac Zorica

## METODIČKI PRISTUP OBRADI MJERENJA U NASTAVI MATEMATIKE

**ZNANSTVENO PODRUČJE:** Društvene znanosti

**ZNANSTVENO POLJE:** Odgojne znanosti

**STUDIJSKI PROGRAM:** Učiteljski studij

**NASTAVNI PREDMET:** Metodika nastave matematike 3

**GODINA I SEMESTAR:** 5. godina, 9. semestar

**GODIŠNJI / TJEDNI BROJ SATI:** 60 sati / 1 sat seminara + 3 sata vježbi

**NASTAVNA CJELINA:** Metodička prerada najvažnijih matematičkih tema

**NASTAVNA JEDINICA:** Metodički pristup obradi mjerenja u nastavi matematike

**NASTAVNI OBLICI RADA:** Frontalni rad, individualni rad, rad u skupinama

**NASTAVNO SREDSTVO:** PowerPoint prezentacija, mjerni instrumenti (metar, vaga, mjerne posude, ura)

**NASTAVNA POMAGALA:** računalo i LCD projektor, predmeti čija svojstva mjerimo

**CILJEVI NASTAVE:** Usvojiti na teorijskoj i praktičnoj razini metodičke vještine pristupanju obradi nastavnih cjelina povezanih s mjerenjima u početnoj nastavi matematike. Upoznati glavne karakteristike pripremanja i realiziranja satova matematike u kojima se obrađuju mjerenja.

**ZADATCI NASTAVE:** Usvojiti osnovne teorijske i praktične znanja i vještine o mjerenju:

- duljine dužine
- mase
- duljine vremenskog intervala
- površine likova
- obujma čvrstog tijela i tekućine.

**KORELACIJA:** Metodika nastave hrvatskog jezika, Metodika nastave likovne kulture, Metodika nastave prirode i društva, Metodika nastave glazbene kulture, Kineziološka metodika, Didaktika

**LITERATURA ZA STUDENTE:**

**Liebeck, P., 1995.:** *Kako djeca uče matematiku.* Educa, Zagreb

**NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, 2000.:** *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM

**PLAN SATA:**

**Uvodni dio:** Rad u paru – analiza nastavnog programa matematike

**Najava teme:** Rad u skupinama - ponavljanje mjernih jedinica iz SI sustava

**Glavni dio:** Frontalni rad - izlaganje uz PP prezentaciju

**Završni dio:** Rasprava i zaključci

## METODIČKI PRISTUP OBRADI MJERENJA U NASTAVI MATEMATIKE

Različita mjerenja dio su početne nastave matematike u gotovo svim dijelovima svijeta. Ona su također dio matematičkih sadržaja kojima se uspoređuje matematička pismenost i kompetencije djece u mnogim međunarodnim istraživanjima (PISA, TIMSS). Važnost ove tematike proizlazi iz njene praktične primjenjivosti u situacijama svakodnevnog života, utemeljenosti u povijesnoj dimenziji razvoja matematičkih spoznaja te korelaciji matematike s mnogim područjima ljudskih djelatnosti u kojima se mjerenja koriste.

Kod mjerenja je uvijek potrebno naglasiti što je *objekt* mjerenja, odnosno koje *svojstvo* tog objekta se mjeri. Objekt mjerenja je stvarni, fizički pojam kojeg doživljavamo perceptivnim putem, a svaki objekt najčešće ima više različitih svojstava. Pri tome objekti mjerenja mogu biti matematički objekti (dužina, geometrijski likovi, geometrijska tijela) ili stvarni, životni objekti (vrijeme, pod, strop, cesta i slično). Uzmemo li za primjer običnu kartonsku kutiju, nije dovoljno reći „mjerimo kutiji“, jer kutija kao objekt mjerenja ima svojstva mase, obujma, oplošja, visine, boje, intenziteta mirisa i slično. Potrebno je precizirati koje svojstvo te kutije mjerimo, na primjer „mjerimo obujam kutije“ ili „mjerimo masu kutije“.

Mjerenja su ujedno jedini dio nastave matematike koji se obrađuje u razrednoj nastavi, a u višim se razredima izdvajaju iz matematike i uče u sklopu prirodnih predmeta, posebno Fizike. U tom smislu i sadržajno i po pristupu su specifična u odnosu na druge dijelove matematike (aritmetiku, geometriju ili početnu algebru). Dok se „tipičnim“ matematičkim temama tradicionalno pristupa kroz rješavanje velikog broja standardiziranih zadataka, mjerenja traže potpuno drugačiji pristup. Upravo zbog činjenice da po prirodi stvari mjerenja spadaju prvenstveno u prirodne znanosti, posebno fiziku i kemiju, pristup ovim temama trebao bi biti primjereniji prirodnim znanostima. Taj pristup podrazumijeva eksperimentalnu nastavu, istraživački usmjerenu, u kojoj dominira pokušavanje, traženje i otkrivanje od strane učenika. Uloga učitelja je da pripremi i donese materijale, pokazuje, vodi i pazi na tijek navedenih učeničkih aktivnosti. Kako se ta činjenica rijetko prepoznaje i navodi (nisam je našla ni u jednom nastavnom priručniku početne nastave matematike), učitelji po inerciji pristupaju obradi mjerenja kao da se radi o tipičnom matematičkom sadržaju (na primjer računanju). U nastavi umjesto eksperimenta i istraživanja dominiraju demonstracije i zadaci, a učenici stječu samo formalna i deklarativna znanja. Najčešće se naglašava preračunavanje jednih mjernih jedinica u druge, što djeca nauče formalno, ne razumiju i najčešće zaborave do dolaska u sljedeći razred.

## **CILJ UČENJA MJERENJA U POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE**

Suvremena se nastava matematike okreće konceptu matematičke pismenosti koji traži od matematički obrazovanog pojedinca ne samo da ima matematička znanja i umijeća, već da ih umije uspješno primjenjivati u svakodnevnom životu (Braš Roth i dr., 2008; NCTM, 2000). Drugim riječima, ciljeve suvremene nastave matematike određujemo prema stvarnim, životnim potrebama pojedinca, pa je jasno da svrhu učenja i ovih matematičkih sadržaja treba tražiti u životnim potrebama ljudi.

Svaka osoba u svom je privatnom i profesionalnom iskustvu, neovisno o poslu kojim se bavi, morala provoditi različite aktivnosti vezane uz temu mjerenja. Te su aktivnosti sam proces mjerenja, preračunavanje mjernih veličina iz jednih mjernih jedinica u druge, računanje (zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje) s mjernim jedinicama i procjenjivanje. Mjerimo kada kuhamo (važemo sastojke, mjerimo obujam tekućine i sl.), mjerimo kod šivanja (uzimanje krojačkih mjera, mjerenje tekstila i sl.), mjerimo kod kupovanja ili izrade namještaja (mjerenje dužine, širine i visine ormara), mjerimo kod vožnje automobila (brzinu automobila, potrošnju goriva i sl.), kao i u mnogim drugim svakodnevnim situacijama. Postupak mjerenja, vrste i načini korištenja mjernih instrumenata također su važan cilj ove teme. Preračunavanje mjernih jedinica također je česta aktivnost koju provodimo na primjer kod doziranja sastojaka u hrani izraženima u dekagramima u grame. Računanje s mjernim jedinicama vršimo svakodnevno iako o tome uvijek ne razmišljamo, na primjer kod računanja puta kojim prolazimo idući od mjesta A do mjesta B, ukoliko zastajemo na nekoj točki C između. Ukupna je duljina puta zbroj duljina od A do C i od C do B. Isto tako, ukoliko radimo trostruku dozu nekog kolača svaku ćemo mjernu veličinu iz recepta množiti s tri. Ipak, od svih aktivnosti vezanih uz mjerenje najčešće vršimo procjene. Tako procjenjujemo hoćemo li se automobilom moći parkirati na određeno slobodno mjesto, procjenjujemo širinu potoka kojeg preskačemo, procjenjujemo godine i masu drugih osoba, procjenjujem u svim aktivnostima koje su nam rutinske, procjenjujemo promjer cijevi ili matice, procjenjujemo visinu stabla, vrijeme koje nam je potrebno za neku radnju i slično. Zbog velike važnosti što preciznije procjene, ova bi aktivnost trebala prožimati nastavu matematike na svim nastavnim jedinicama vezanim uz mjerenja. Usprkos ovakvoj važnosti i upotrebljivosti procjena, procjenjivanje je aktivnost koja se najmanje koristi u školskoj matematici. Odabir nastavnih aktivnosti trebao bi biti proporcionalan njihovoj životnoj upotrebljivosti.

Kao što smo već naglasili, cilj učenja mjerenja u početnoj nastavi matematike svakako treba proizlaziti iz realnih potreba za tim znanjima i umijećima u životu, ali i iz razvojnih

možnosti djece. Učenici bi kao prvo trebali upoznati i naučiti koja se svojstva objekata iz njihove okoline uopće mjere. Tako će uvidjeti da mjerimo udaljenosti, mase tijela, površine likova, temperature, vrijeme koje nam treba za neku aktivnost i slično. Sljedeće što trebaju upoznati i naučiti su postupci mjerenja, način korištenja mjernih instrumenata kao i mjerne jedinice za različita svojstva koja mjerimo. Te mjerne jedinice prvenstveno treba perceptivno upoznati (uglavnom vizualno i taktilno), a zatim ih naučiti i praktično koristiti.

## **MJERENJA U NASTAVI MATEMATIKE**

U nastavi matematike najčešće mjerimo duljinu dužine, duljinu vremenskog intervala, masu tijela, površinu likova i obujam tijela. Ipak mjeriti se mogu i mnoga druga svojstva objekata, kao što su temperatura, gustoća tijela (npr. u određivanju gradacije kod izrade vina), vodljivost, čvrstoća, vlažnost, propusnost, ali ova mjerenja obično ne spadaju u nastavu matematike već u nastavu fizike u višim razredima. Nema nekog posebnog stručnog razloga zbog kojeg na primjer mjerenje temperature nije uvršteno u matematičke teme, a mjerenje vremena jest. Radi se samo o izboru koji je među sadržajima napravljen. Postoje i neka tipično matematička svojstva geometrijskih likova i tijela, kao što su opseg i oplošje, a koje gotovo nikada ne mjerimo. Naime, ta svojstva obično izračunavamo.

## **MJERENJE I IZRAČUNAVANJE**

Mjeriti svojstvo nekog objekta znači uspoređivati veličinu koja je nepoznata (svojstvo tog objekta koje mjerimo) s objektima čije je dano svojstvo poznate veličine. Najčešće je veličina tog objekta s poznatim svojstvom izražena u standardiziranim mjernim jedinicama, iako to nije nužno. U mjerenju uvijek imamo objekt mjerenja (ono što mjerimo), objekt pomoću kojeg mjerimo (mjerni instrument) i jediničnu mjernu veličinu (mjernu jedinicu). Tako duljinu dužine mjerimo mjernim jedinicama za duljinu m, cm, km ili mm, a kao mjerni instrument koristimo ravnalo ili metar. Objekt kojeg mjerimo i objekt kojim mjerimo uvijek su izraženi u istim mjernim jedinicama. Kod svakog mjerenja dobivamo rezultat o veličini traženog svojstva koji se sastoji od *mjernog broja* i *mjerne jedinice*.

Izračunati neku veličinu znači indirektno, formulom doći do njene veličine. Tako na primjer površinu kvadrata rijetko mjerimo, a do podatka o njoj veličini obično dolazimo iz podatka o duljini jedne njegove stranice i uz pomoć formule  $P = a^2$ . Za razliku od mjerenja, ovdje se iz podatka o *duljini* stranice došlo do podatka o *površini* kvadrata.

## **REDOSLIJED AKTIVNOSTI U OBRADI MJERENJA**

Kod upoznavanja djece s mjerenjem bilo kojeg svojstva, trebalo bi pažljivo osmisliti redoslijed aktivnosti kako bi se pojam potpuno razumio. Kao što smo već naglasili, djeca prvo moraju naučiti koja se svojstva objekata uopće mjere. To uče iz neformalnih životnih, ali i formalnih nastavnih situacija u kojima se pojavljuju mjerenja ili mjerne veličine. U razgovorima o udaljenosti gradova ili sela, vremenu potrebnom za dolazak do škole, težini i visini učenika, oni upoznaju svojstva koja se mjere iako o njima ne moraju eksplicitno razgovarati. Djeca veoma rano počinju koristiti i riječi za mjerne jedinice, iako nemaju potpuno saznanje o tome što znače i koju veličinu predstavljaju.

Nakon toga prelaze na prve radnje vezane uz sam postupak mjerenja. Mjerenje je uvijek postupak USPOREDIVANJA dviju istovrsnih veličina. Taj postupak djeca uče kroz usporedbu istovrsnih objekata, npr. dužine uspoređuju s drugim dužinama, likove s drugim likovima, tijela s drugim tijelima. Pri tome se koriste odnosima dulje – kraće – jednako dugo; veće – manje – jednako; lakše – teže – jednako teško; brže – sporije – jednako... Kroz ovakvu usporedbu djeca shvaćaju osnovne odnose među danim veličinama. Usporedba je mnogo lakša ukoliko su predmeti koje uspoređujemo manipulativni, odnosno mogu se dovesti jedan blizu drugog. S vremenom djeci postavljamo sve složenije zahtjeve, na primjer nacrtamo dvije dužine na dva suprotna kraja školske ploče i tražimo od njih da zaključe koja je dulja.

Kod ovakve usporedbe djeca se obično dosjete da se mogu poslužiti nekim pomoćnim sredstvom, kao što je na primjer olovka, kako bi izvršili usporedbu. Drugim riječima, djeca su otkrila smisao i postupak mjerenja. Olovka u ovom slučaju postaje fizikalna jedinica za mjerenje. Prvu duljinu dužine uspoređujemo s duljinom olovke, a zatim to isto radimo s drugom. Na kraju donosimo zaključak o odnosima duljina dviju nacrtanih dužina. Isti postupak nastavljamo koristeći kao fizikalne jedinice olovke, spajalice, korak, pedalj, lakat i slično. Bilo bi dobro potkrijepiti postupak pričama o tome kako su se i u povijesti na sličan način razvijala ljudske znanja o mjerenjima. Problem na kojeg navodimo djecu jest činjenica da naši koraci, laktovi ili olovke nisu jednako dugi, čime nisu ni dobar instrument za mjerenje.

Nakon navedenih aktivnostima, kojima su djeca usvojila najvažnije – koja se svojstva mjere i kako se provodi sam postupak mjerenja, slijedi upoznavanje standardiziranih mjernih jedinica. Svaka se mjerna jedinica uvodi počevši od one koja je djeci zorno najbliža, a to ne mora uvijek biti i osnovna jedinica prema SI sustavu. Težište kod ove aktivnosti ne treba i ne smije biti na nazivima i kraticama za mjerne jedinice, već na njihovom perceptivnom upoznavanju. To znači da djeca moraju vidjeti koliko je dug metar (ili bilo koja druga mjerna

jedinica), prikazati ga širenjem ruku, tražiti oko sebe objekte slične duljine i slično. Tek kada djeca dobro perceptivno dožive mjerne jedinice, mogu shvatiti i naučiti standardne kratice kojima ih označavamo.

Slijedi upoznavanje sa samim postupkom mjerenja u kojem donosimo u učionicu (ili drugo mjesto na kojem se nastava odvija) razne mjerne instrumente. Ukoliko mjerimo masu tijela, bilo bi dobro donijeti na sat različite mjerne instrumente – vage. Naime, u svakodnevnom životu koristimo veoma raznolike vage iako o tome ne razmišljamo. Najjednostavnija za razumijevanje je polužna vaga s utezima, koju djeca često vide na tržnicama. Uz polužnu vagu, često koristimo kuhinjsku vagu s kazaljkom koja masu iskazuje u gramima, kupaoničku vagu koja masu prikazuje u kilogramima, digitalnu vagu s displejom i druge vage. Da bi se djeca upoznala i osposobila za postupak mjerenja moraju mjeriti razne objekte koristeći raznolike mjerne instrumente. Nastava mora biti praktična i istraživačka, što podrazumijeva promatranje, dodirivanje i korištenje mjernih instrumenata te provođenje samih postupaka mjerenja.

Uz sve aktivnosti vezane uz mjerenje, potrebno je stalno poticati učeničku procjenu mjerene veličine. To znači da prije svakog mjerenja, učenik treba pokušati procijeniti rezultat. Ovo nije nimalo lako, kako djeci tako ni učiteljima. To je i razlog zbog čega učitelji često izbjegavaju ovu važnu aktivnost. Što se procjena češće vrši, ona postaje preciznija i točnija. Mesar koji svakodnevno reže i važe meso mnogo će točnije odrezati komad mesa tražene mase nego osoba koji s tim nema iskustva. Krojač će od oka procijeniti opseg nečijeg struka, a električar će precizno odrediti duljinu kabela kojeg mora odrezati. Ukoliko želimo postati precizni u procjenama, trebamo što češće procjenjivati. Nakon postupka mjerenja, uspoređujemo našu prethodnu procjenu s dobivenim rezultatom i na taj način korigiramo svoju buduću procjenu.

Tek na kraju obrade mjerenja trebalo bi djecu upoznati s odnosima između istovrsnih mjernih jedinica. Te odnose djeca trebaju s razumijevanjem usvojiti, ali ne bi trebalo inzistirati na zadacima preračunavanja jer to u ovoj dobi i nije toliko važno. Naime, mnogo je važnije da djeca poznaju mjerne jedinice, da ih znaju primijeniti u pravom kontekstu, da dobro procjenjuju i da poznaju postupak mjerenja, nego da znaju preračunavati iz jednih mjernih jedinica u druge. Na žalost, gledajući udžbenike matematike i nastavnu praksu po školama, učitelji najviše vremena provode radeći upravo ove tipove zadataka. Moje je mišljenje da je uzrok tome činjenica da su takvi zadaci „tipično“ matematički, dakle računanje u svojoj najelementarnijoj formi. Prije opisane aktivnosti traže jednu netipično matematičku

nastavu koja je okrenuta eksperimentiranju, istraživanju, predviđanju, a što nisu aktivnosti svojstvene matematici.

Osim odnosa između mjernih jedinica, na kraju učenja o mjerenjima dobro je djeci pokazati kako se računa s mjernim veličinama, ali isključivo kroz realistične problemske zadatke. Takav je zadatak: „Ako ja ima 60 kg, a nosim torbu koja je teška 6 kg, koliko će kilograma pokazivati vaga ako sada stanem na nju?“. Primjereni zadaci imat će realistične, djeci bliske podatke, poznati kontekst, a što je najvažnije, djeca će kroz njih vidjeti svrhu učenja ovih sadržaja.

U nastavku ćemo kratko prikazati mjerenja onih svojstava koja se obrađuju u početnoj nastavi matematike, a na kraju svakog dijela ponudit ćemo i nekoliko primjera zadataka kakvi bi trebali dominirati u nastavi.

### **MJERENJE DULJINE DUŽINE**

Dužina je fizički objekt kojeg najčešće vidimo nacrtanog u udžbeniku, ploči ili bilježnici. Ona ima svojstvo duljine, koje smatramo matematičkim svojstvom, a jedno od njenih svojstava može biti i boja koja nije matematičko svojstvo (nije predmet matematičkih istraživanja). Obzirom da dužina nema drugih matematičkih svojstava osim duljine, ponekad se umjesto mjerenja duljine dužine (u čemu je naglašeno svojstvo-duljina objekta-dužine), govori samo o mjerenju dužine. Ovakvu formulaciju možemo smatrati ispravnom, iako ne potpuno preciznom.

Osnovna jedinica prema međunarodnom SI sustavu jedinica je metar. Ipak u početnoj nastavi matematike, kod mjerenja duljine dužine, obično krećemo od decimetra koji je djeci ove dobi lakši za manipulaciju. Duljinu dužine mjerimo jediničnim dužinama, dakle dužinama s duljinom 1m, 1cm, 1dm i slično. One su nam obično nacrtane na mjernim instrumentima – metrima.

Nezgodna je činjenica da se mjerni instrument METAR zove istim imenom kao i mjerna jedinica metar. Ova činjenica nama je prirodna i o njoj ne razmišljamo, ali djeci ona može predstavljati problem. Naime, kada učitelj pita „Pokaži mi jedan metar“, učenik ne može biti siguran misli li na mjernu jedinicu ili mjerni instrument. Metar kao mjerni instrument opet može biti raznolik; zidarski sklopivi metar napravljen od drvenih dijelova; krojački savitljivi metar od plastificiranog platna; metar na razvlačenje koji se koristi u domaćinstvu i drugi. Dakle riječ metar istovremeno opisuje (različite) mjerne instrumente, ali i mjernu jedinicu.

Kod obrade mjerenja duljine dužine trebali bi dominirati primjeri poput:

1. Radite u paru. Prvi učenik neka rukama pokaže udaljenost od jednog metra, a drugi neka provjeri mjerenjem njegovu procjenu.

2. Radite u grupi. Procijenite svatko za sebe dimenzije školske ploče. Pronađite u grupi najveću i najmanju procijenjenu dimenziju, pa vidite kolika je razlika.

3. Kako bi pomoću dva štapa duga 3dm i 7dm odmjerili konop duljine 1dm?

4. Donesite konope različite duljine. Neka učenici pokušaju među njima naći onaj koji je dug 15cm.

### **MJERENJE MASE TIJELA**

Svako tijelo ima masu i to je činjenica koju djeca moraju iz iskustva upoznati. Masu ne možemo vidjeti, već je možemo samo osjetiti i razumjeti, pa su manipulativne aktivnosti neophodne. Donošenjem različitih predmeta i manipulacijom s njima, djeca će uočiti odnose lakši – teži – jednako težak. Masa tijela se mjeri pomoću tijela s jediničnim masama, a to su utezi s masom 1kg, 1g, 1dkg i slično. Mjerni instrumenti su različite vage, a djeca bi se trebala izvještiti u njihovoj upotrebi.

Osnovna je jedinica za mjerenje mase kilogram. To je jedna od rijetkih osnovnih mjernih jedinica koja u svom nazivu ima prefiks kilo- (tisuću), što dovodi mnoge u zabludu, pa nažalost i mnogi učitelji smatraju da je osnovna jedinica za mjerenje mase gram.

Kod obrade ove nastavne teme mogu se djeci zadati sljedeći problemi:

1. U grupi ste dobili desetak predmeta. Procijenite svatko za sebe njihove mase i zapišite svoju procjenu. Usporedite svoju procjenu s procjenama drugih učenika. Izvažite predmete i usporedite dobivene rezultate s procjenom.

2. Promislite na koje vas sve načine trgovac koji prodaje voće može prevariti „na vagi“!

### **MJERENJE DULJINE VREMENSKOG INTERVALA**

Kod obrade ove nastave teme, u mnogim se kurikulumima govori o mjerenju vremena. Međutim, kao što smo već spomenuli, vrijeme je u ovom slučaju objekt mjerenja, a mjerimo njegovo svojstvo prolaznosti. Stoga bi bilo korektno govoriti o mjerenju prolaznosti vremena ili o mjerenju duljine vremenskog intervala. Naime, vrijeme prolazi (što osjećamo), pa govorimo o vremenskim intervalima od nekoliko sekundi, minuta ili godina. Mjeriti vrijeme znači određivati duljinu pojedinog vremenskog intervala.

Kod ovog je mjerenja specifičnost što se ni objekt (vrijeme), ni svojstvo koje mu mjerimo (prolaznost) ne mogu vidjeti. Kod mjerenja duljine dužine, dužinu smo vidjeli, a



mjerili smo njeno svojstvo duljine. Kod mjerenja mase tijela, tijelo smo vidjeli, a mjerili smo njegovo svojstvo mase. Ova činjenica zbunjuje mnoge autore udžbenika iz početne nastave matematike, koji ni sami ne znaju što to kod vremena mjerimo. Iz navedenog razloga mnogi pod ovom nastavnom temom obrađuju određivanje točnog sat ili određivanje datuma.

Samo gledanje na sat i određivanje točnog vremena nije uopće mjerenje vremena. Naime, gledajući na sat i uvidjevši da je sada 12 sati, niste ništa mjerili, već ste samo odredili položaj ovog trenutka u današnjem danu. Isto tako kada kažete da je danas 1. travanj, niste ništa mjerili, već ste odredili položaj današnjeg dana u godini. Međutim, vi koristeći sat kao mjerni instrument, možete i mjeriti. Tako na primjer možete pratiti i mjeriti koliko traje neka pjesma ili film. U tom ste slučaju pomoću ručnog sata izmjerili trajanje intervala u kojem se čula navedena pjesma ili gledao film.

Osnovna je mjerna jedinica za vrijeme sekunda, a izvedene su minuta, sat, godina i druge. Mjerni su instrumenti na primjer ručni sat, pješčani sat, štoperica, klatno i slično. Treba napomenuti da kao i kod mjerenja duljine dužine, mjerna jedinica sat (oznaka h) ima isti naziv kao i mjerni instrument sat. To je razlog zašto neki autori inzistiraju na nazivu ura kada misle na mjerni instrument. Ipak riječ sat (na primjer onaj kojeg imamo na ruci) je riječ iz svakodnevnog života s kojom se djeca susreću i koju ne možemo u nastavi matematike zanemariti. Učitelj bi djeci trebao ukazati na dva značenja iste riječi (sat), koja jednom predstavlja mjerni instrument, a drugi put mjernu jedinicu.

Pripremajući aktivnosti i zadatke za ovu nastavnu temu, možete iskoristiti činjenicu da djeca na mobitelima obično imaju i sat i štopericu, dakle mjerni im je instrument dostupan. Zadaci bi mogli biti:

1. Radite u paru. Prvi učenik neka namjesti štopericu, a drugi će pokušati procijeniti koliko traje jedna minuta. To će raditi tako da pljesne rukama, čeka onoliko koliko smatra da minuta traje te opet pljesne na kraju. Prvi učenik će štopericom provjeriti koliko je stvarno trajalo vrijeme između dva pljeska.

2. Promislite koliko vam sekundi treba da obiđete cijelu učionicu, a zatim pomoću štoperice provjerite svoju pretpostavku.

## **MJERENJE POVRŠINE LIKA**

Površina lika je veličina dijela ravnine kojeg zauzima dani lik. Lik je objekt mjerenja, a površina njegovo svojstvo. Svaki lik u ravnini zauzima neku površinu. Ponekad se u literaturi spominje riječ ploština, ali te bi riječi trebalo shvaćati kao sinonime<sup>1</sup>.

Površinu lika mjerimo jediničnim površinama, a to su kvadrati sa stranicom duljine 1. To može biti 1cm, 1m, 1dm, ali i bilo koja druga duljina koju proglasimo jediničnom. Ukoliko je duljina stranice jediničnog kvadrata 1dm, površinu izražavamo u kvadratnim decimetrima. Kod mjerenja površine likova nemamo mjernih instrumenata, već nam sami jedinični kvadrati služe kao pomagalo pomoću kojeg mjerimo.

Postupak mjerenja površine lika morao bi biti takav da lik prekrivamo („popločavamo“) jediničnim kvadratima. Na kraju jednostavno prebrojimo koliko je jediničnih kvadrata bilo potrebno da se lik prekrije i taj broj uz pripadnu mjernu jedinicu daje površinu lika. Drugi je način da jedan te isti jedinični kvadrat premještamo po liku čiju površinu mjerimo i brojimo koliko puta on u njega stane. Treći način mjerenja površine likova (uglavnom pravokutnika) mogao bi biti prekrivanjem lika transparentnom kvadratnom mrežom (mreža kvadrata nacrtana na prozirnou papiru).

Ipak, mi površinu likova veoma rijetko mjerimo. Uostalom, mjeriti bi mogli samo površinu pravokutnika i kvadrata (ali i oni su pravokutnici!). Površinu najčešće izračunavamo iz neke formule za površinu danog lika.

Primjeri zadataka:

1. Dobili ste deset kartonskih kvadrata s površinom  $1\text{dm}^2$ . Slažite od njih različite pravokutnike. Kolika je površina tih pravokutnika? Koliko su im opsezi? Što zaključujete?
2. Pokušajte izračunati površinu svoje sobe, kuhinje ili učionice.

## **MJERENJE OBUJMA ČVRSTOG TIJELA ILI TEKUĆINE**

Obujam tijela je veličina prostora kojeg to tijelo zauzima. Kao sinonimi se koriste riječi volumen, obujam ili zapremnina. Tijelo može biti čvrsto tijelo (razne kutije, geometrijska tijela i slično) i tekuće tijelo. Čvrsto tijelo ima svoj stalan oblik, dok tekuće tijelo ili tekućina nema stalan oblik, već zauzima oblik posude u kojoj se nalazi. Stoga odvojeno proučavamo obujme čvrstih i tekućih tijela iako je sam pojam obujma uvijek jednak.

---

<sup>1</sup> Naime, besmisleno je tražiti svojstvo od svojstva, iako se ponekad u literaturi i to susreće. Površina se tada promatra kao fizički objekt kojeg dodirujemo, a mjerimo se njegova ploština. Obzirom da je „punina“ lika sam lik, nema smisla tu „puninu“ zvati površinom!

Obujam tekućih tijela mjerimo u mjernim jedinicama litrama (ili njenim izvedenicama), a obujam čvrstih tijela u kubičnim metrima (ili njegovim izvedenicama). Obzirom da se obje spomenute mjerne jedinice odnose na obujam, jasno je da su one povezane, a relacija koja ih povezuje je da je  $1 \text{ litra} = 1 \text{ dm}^3$ . Logično je također da se i obujam čvrstih tijela može prikazati u litrama, dok se obujam tekućine može prikazati u kubičnim jedinicama. Obujam tekućina najčešće mjerimo, dok obujam čvrstih tijela najčešće izračunavamo.

Obujam nepravilnih tijela nije lako (a ponekad ni moguće) izmjeriti, pa se obično mjeri samo obujam kvadara (i kocki, ali i kocke su kvadri). Za mjerenje obujma kvadra trebale bi nam jedinične kocke, dakle kocke s bridom 1 (1dm, 1cm ili jednostavno 1 jedinica). Ukoliko je kvadar šupalj, kao na primjer kutija cipela, mogli bi ga izmjeriti tako da u njega slažemo i na kraju izbrojimo te jedinične kocke. Ipak, ovakav je postupak nezgrapan, traži mnogo takvih jediničnih kocaka, ali i motorički zahtjevan, pa obujam kvadra veoma rijetko tražimo mjerenjem. Mi taj obujam najčešće izračunamo iz podatka o duljinama stranica tog kvadra. Ukoliko kvadar nije šupalj, ne bi ga uopće mogli izmjeriti na opisani način.

Kod mjerenja obujma tekućina, koristimo kao mjerne instrumente razne čašice, boce, tikvice, kapaljke i slično s poznatim obujmom. Mjerenje vršimo prelijevanjem tekućine iz jedne u drugu posudu.

Mnogi ljudi, a često i učitelji, povezuju litru s masom tijela. Tako ako u trgovini vide sladoled u kutiji na kojoj piše 1 litra, misle da su kupili kilogram sladoleda. Riječ je naravno o zabludi, jer je litra jedinica za obujam i ništa vam ne govori o masi tog predmeta. Naime litra vode i litra sladoleda nemaju jednaku masu. Štoviše, litra sladoleda je lakša od litre vode, ali to znate i sami jer sladoled bi plivao na vodi. Voda (i to ona destilirana) je jedina tvar za koju vrijedi da je litra vode teška kao kilogram vode. Za druge tvari to ne vrijedi. Zato dobro promislite kada kupujete, je li vam se više isplati za isti novac kupiti 10 kilograma maslinova ulja ili 10 litara maslinova ulja? A kubik pijeska ili tonu pijeska?

Zadaci za učenike mogli bi biti:

1. Koliko kubičnih decimetara ima obujam uobičajenog tetrapaka mlijeka iz trgovine?
2. Dobili ste tri potpuno različita predmeta na klupi. Kako bi mogli usporediti njihove obujme? Koliki je obujam tih predmeta? (JEDNO RJEŠENJE: možete ih uroniti u vodu i mjeriti obujam vode koja se pri tome izlije)

## ZAKLJUČAK

Mjerenja su cjeline kojima u početnoj nastavi matematike treba pažljivo i promišljeno pristupiti. Taj pristup mora biti istraživački i eksperimentalan, sličan načinu poučavanja prirodnih znanosti, posebno fizike. Redoslijed aktivnost treba pratiti razvojne mogućnosti učenika, a krajnji je cilj njihovo uporabno znanje o mjerenjima. To uporabno znanje znači da dijete navedene spoznaje može i zna primijeniti u svakodnevnim situacijama te da s dubokim konceptualnim razumijevanjem pristupa svakoj aktivnosti mjerenja. Učitelji najčešće griješe u činjenici da ovoj problematici pristupaju većinom kroz apstraktne i numeričke zadatke u kojima se traži računanje s mjernim jedinicama. Problem je i što nema dovoljno praktičnog rada u kojem bi djeca uspoređivala, mjerila ili procjenjivala. Jedan od najvećih problema je pre naglašavanje aktivnost preračunavanja mjernih jedinica, čime se sadržaji mjerenja pretvaraju u računanje, a time se gubi bit ove tematike. Procjene koje bi trebale biti najkorisnija aktivnost u ovoj cjelini se veoma rijetko rade, čime se naučena znanja usvajaju samo deklarativno. Sve ovo dovodi nas u situaciju da su djeci ova važna i korisna saznanja potpuno apstraktna i strana, a da stvarne vještine mjerenja uče izvan škole, u svakodnevnim neformalnim životnim situacijama.

## LITERATURA:

1. Braš Roth, M.; Gregurović, M.; Markočić Dekanić, A.; Markuš, M., (2008.). *PISA 2006 – prirodoslovne kompetencije za život*, Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja – PISA centar, Zagreb
2. Liebeck, P. (1995). *Kako djeca uče matematiku*. Educa, Zagreb
3. Markovac, J. (2001). *Metodika početne nastave matematike*
4. *Nastavni plan i program za osnovnu školu*, (2006). Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa. Zagreb
5. *Nastavni plan i program za devetogodišnje osnovne škole na hrvatskome jeziku u Bosni i Hercegovini*. (2008). Županija Zapadno-Hercegovačka, Ministarstvo prosvjete, znanosti, kulture i športa
6. National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

## **METODIČKI PRISTUP OBRADI MJERENJA U NASTAVI MATEMATIKE**

### **Sažetak**

Mjerenja su cjelina koja se obrađuje kroz nekoliko nastavnih tema unutar početne nastave matematike. Obzirom da se radi o specifičnim sadržajima koji u mnogim aspektima nisu tipični za nastavu matematike, često se u udžbenicima, priručnicima i drugim nastavnim materijalima pojavljuju pogrešni pristupi i interpretacije. Namjera je ovog predavanja studentima pobliže ukazati na specifičnosti i karakteristike mjerenja, razjasniti nedoumice koje se pri poučavanju ovih sadržaja često pojavljuju te ukazati na potrebu za pažljivim osmišljavanjem aktivnosti kojima bi ih na ispravan način približili učenicima. Posebno će se obraditi mjerenja duljine dužine, vremenskih intervala, mase predmeta, površine likova i obujma tijela.

**Ključne riječi:** matematika, mjerenja, duljina, masa, vremenski interval, površina, obujam

## **METHODOLOGICAL APPROACH TO MEASURING TEACHING THE TEACHING IN MATHEMATICS**

### **Abstract**

“Measurements” are units that are processed through several instructional topics within the initial teaching of mathematics. Given that these are the specific contents that are in many respects typical of the teaching of mathematics, often in textbooks, manuals and other teaching materials and approaches appear erroneous interpretations. The intention of this lecture is to point out the specifics and characteristics of measurement, to clarify dilemmas that the teaching of these facilities often appear and indicate the need for careful designing activities that make them the correct way closer to the students. Particular will be processed measurements of length, time interval, the weight of objects, area and volume of the body.

**Keywords:** mathematics, measurement, length, weight, time interval, area, volume